ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ
КОМИТЕТА ПО СОЦИАЛЬНОЙ ПОЛИТИКЕ И КУЛЬТУРЕ АДМИНИСТРАЦИИ г. ИРКУТСКА
МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ГОРОДА ИРКУТСКА
СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 66
(МБОУ г. Иркутска СОШ № 66)

улица Ленская, дом 2 а, г. Иркутск, телефон/факс 34-93-65, телефон 34-93-65
e-mail: school66-admin@mail.ru

Приложение к основной образовательной программе основного общего образования МБОУ г. Иркутска СОШ № 66 (ФК ГОС)

УТВЕРЖДЕНО
приказом № 228/1
от «30» августа 2017 года
Директор МБОУ г. Иркутска СОШ № 66
В.Ф. Федосов ________________

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА
«Тождественные преобразования» для 8 класса
Срок реализации программы 1 год

Составитель программы: Ригус Галина Игоревна, учитель математики МБОУ г. Иркутска СОШ № 66

Иркутск, 2017

Пояснительная записка

Рабочая программа разработана на основе требований к планируемым результатам основной образовательной программы основного общего образования МБОУ г. Иркутска СОШ №66 (ФК ГОС).

Рабочая программа включает в себя содержание, тематическое планирование, планируемые результаты обучения. Как *приложение 1* к программе включены оценочные материалы, *приложение 2* – методические материалы.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	8 класс	всего
Количество учебных недель	34	34
Количество часов в неделю	1	
Количество часов в год	34	34

Уровень подготовки учащихся: базовый
Место предмета в учебном плане: компонент образовательного учреждения.

Цель:
Формирование у обучающихся устойчивых навыков и умений тождественного преобразования выражений.

Достижение этой цели осуществляется за счет решения следующих **задач**:

- включения тождественных преобразований в контекст деятельности по решению задач на нахождение значения выражения, исследования свойств выражения, сравнения нескольких выражений;
- корректировка представлений обучающихся о содержании основных понятий, относящихся к видам этих задач;
- формирование у обучающихся знаний о методах и приемах решения этих задач, способах контроля правильности решения;
- побуждение обучающихся к самостоятельному поиску решений с последующим обсуждением результатов реализации предложений, высказанных обучающимися.

Содержание учебного курса

Числовые множества *(4 часа)*
Понятие числового множества и его характеристического свойства. Способы задания числовых множеств. Способы изображения числовых множеств. Объединение числовых множеств. Отношения равенства и включения числовых множеств.

Тождественное равенство выражений с переменными *(8 часов)*
Выражения с переменными и связанные с ним числовые множества (ОДЗ, множество значений выражения). Понятие тождественного равенства выражений на множестве. Методы доказательства и опровержения тождественного равенства. Виды тождественных преобразований и условия их применимости.

Применение тождественных преобразований к решению задач на вычисление значений выражений ***(6 часа)***

Доказательство тождеств. Доказательство целых, дробно – рациональных и иррациональных выражений разными методами.

Упрощение выражений. Сравнимость выражений по простоте. Стандартная форма выражений различных видов. Понятие приближенного точного и вычисления значения выражения.

Упрощение выражений на множестве.

Приведение многочленов к указанному виду. Понятие многочлена с одной переменной. Стандартный вид многочлена. Разложение многочлена на множители. Понятие приводимости. Корни многочлена, теоремы о корнях. Схема Горнера.

Композиция выражений. Понятие композиции выражений. Структура и роль метода замены переменной в решении вычислительных задач. Условия применимости и неприменимости метода замены переменной.

Числовые неравенства и их свойства ***(4 часа)***

Отношение «больше» («меньше», «равно») на множестве действительных чисел. Свойства числовых неравенств. Доказательство числовых неравенств по определению. Доказательство неравенств с использованием их свойств. Опорные неравенства. Метод сведения к опорному неравенству.

Тождественное неравенство выражений***(8 часов)***

Понятие тождественного равенства и неравенства выражений с одной переменной на множестве. Задачи на доказательство справедливости тождественного равенства и неравенства, на нахождение множества (области) тождественного равенства, неравенства выражений. Оценки выражений и их виды. Методы решения задач: по определению, сведение к опорному, использование свойств неравенств.

Контрольные и практические работы. **(4 часа)**

Проверка умений, связанных с нахождением корней многочлена, оценкой выражения, доказательством тождественного неравенства выражений на множестве. Проверка знания тождественных преобразований, стандартного вида выражений и умений применять знания для проверки правильности решения задач.

Тематический план

№ п/п	**Наименование разделов и тем**	**Всего часов**
	Числовые множества	**4**
1	Понятие числового множества.	**2**
2	Числовые множества. Решение задач.	2
3	***Контрольная работа по теме: «Числовые множества»***	1
	Тождественное равенство выражений с переменными	**8**
4	Выражения с переменными и связанные с ним числовые	2
5	Понятие тождественного равенства выражений на множестве.	**2**
6	Методы доказательства и опровержения тождественного равенства.	**2**
7	Виды тождественных преобразований и условия их применимости.	**2**
8	***Контрольная работа по теме: «Тождественные равенства»***	**1**
	Применение тождественных преобразований к решению задач на вычисление значений выражений	**6**

9	Доказательство тождеств.	**2**
10	Упрощение выражений.	**2**
11	Приведение многочлена к указанному виду. Композиция выражений.	**2**
	Числовые неравенства и их свойства	**4**
12	Свойства числовых неравенств. Доказательство числовых неравенств.	**2**
13	Опорные неравенства.	**2**
14	***Контрольная работа по теме: «Числовые неравенства»***	**1**
	Тождественное неравенство выражений	**8**
15	Понятие тождественного равенства и неравенства выражений с одной переменной на множестве.	**2**
16	Задачи на доказательство.	**2**
17	Оценки выражений и их виды.	**2**
18	Методы решения задач.	**2**
19	***Контрольная работа по изученному курсу* по теме:** «Тождественные преобразования выражений»	**1**
	ИТОГО:	**34**

Планируемые результаты освоения учебного предмета

Обучающиеся должны владеть следующими знаниями и умениями:

Знать:

- определение и свойства степени с натуральным показателем;
- формулы сокращенного умножения;
- определение и свойства квадратного корня;
- определение модуля числа;
- методы разложения многочлена на множители;
- правила арифметических действий с рациональными дробями.

Уметь:

- применять знания для преобразования рациональных выражений и выражений, содержащих арифметический квадратный корень

Приложение 1. **Оценочные материалы**

Самостоятельная работа 1.2
Тождественные преобразования алгебраических выражений
Вариант 1.
Выполните задания:
1. Упростите выражение

а) $(x+6y)^2-(6y+5x)(6y-5x)+x(12y-6x)$; б) $8(5y+3)^2+9(3y-1)^2$;

в) $(a+8)^2-2\cdot(a+8)(a-2)+(a-2)^2$.

2. Разложить многочлен на множители:
а) $8a^3-b^3+4a^2+2ab+b^2$; б) $-12x^3+12x^2-3x$.

Самостоятельная работа 1.2
Тождественные преобразования алгебраических выражений
Вариант 2
Выполните задания:
1. Упростите выражение

а) $(x-3y)(x+3y)+(2x-3y)^2-4x(y-x)$;

б) $(4y^2+3)^2+(9-4y^2)^2-2(4y^2+3)(4y^2-9)$;

в) $(a-7)^2-2\cdot(a-7)(a-9)+(a-9)^2$.

2. Разложить многочлен на множители:
а) $8a^3-b^3+4a^2-4ab+b^2$; б) $5x^3-5a^2x$.

Преобразования алгебраических выражений.
В. 1.

1. Сократите дробь $\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}$.

1) $4x-3$ 2) $\dfrac{x-3}{x-1}$ 3) $x+3$ 4) $\dfrac{x-3}{x+1}$

2. Упростите выражение $\dfrac{a^2-10a+25}{2a^2}:\dfrac{a^2-5a}{2}$.

1) $\dfrac{a+5}{a^2}$ 2) $\dfrac{a-5}{a^3}$ 3) $\dfrac{(a-5)^3}{4}$ 4) $\dfrac{a-5}{4a^2}$

3. Найдите значение выражения $\dfrac{4a^2-4ab+b^2}{4a-2b}$, если $a=0{,}6$, $b=0{,}2$.

1) 0,7 2) 0,5 3) 2 4) 1

4. Сократите дробь $\dfrac{3x^2-16x+5}{3x^2-x}$.

1) $\dfrac{x-5}{x}$ 2) $5-15x$ 3) $\dfrac{-16x+5}{x}$ 4) $\dfrac{x+5}{x}$

5. Упростите выражение $\left(\dfrac{x-y}{x}+\dfrac{x-y}{y}\right)\cdot\dfrac{x}{x+y}$.

1) $\dfrac{x-y}{xy}$ 2) $\dfrac{x+y}{xy}$ 3) $\dfrac{x-y}{y}$ 4) $\dfrac{x-y}{x+y}$

6. Найдите значение выражения $(4x+3y)^2-8x(2x+3y)+2x$, если $x=\dfrac{1}{2}$, $y=\dfrac{1}{3}$.

1) 2 2) $\dfrac{35}{12}$ 3) 1 4) 0

7. Сократите дробь $\dfrac{10a-5ab}{b^2-4b+4}$.

1) $-5a$ 2) $\dfrac{5a}{2-b}$ 3) $\dfrac{5a}{b-2}$ 4) $-\dfrac{5a}{2+b}$

8. Найдите значение выражения $a(b+2)-b(a+3)+4a$, если $a=\dfrac{1}{4}$, $b=\dfrac{1}{3}$.

1) $\dfrac{1}{2}$ 2) $-2\dfrac{1}{2}$ 3) $\dfrac{3}{2}$ 4) 0

9. Сократите дробь $\dfrac{16x^2-25y^2}{8x-10y}$.

1) $2x-15y$ 2) $\dfrac{4x+5y}{2}$ 3) $2x-2{,}5y$ 4) $\dfrac{4x-15y}{2}$

10. Найдите значение выражения $(2a-b)^2-4a(a-b)+a$, если $a=0{,}7$, $b=-0{,}3$.

1) 0,79 2) 1,6 3) 0,61 4) - 0,2

Преобразования алгебраических выражений.
В. 2.

Найдите значение выражения $\left(p+\dfrac{v}{a}\right)\cdot\left(p-\dfrac{v}{a}\right)-2$, если $p=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $v=-1$, $a=-\sqrt{2}$.

1) $\dfrac{1}{2}$ 2) $-\dfrac{1}{2}$ 3) 2 4) -2

Найдите значение выражения $a\left(a+2\dfrac{b}{a}\right)+\dfrac{b^2}{a^2}$, если $a=-2$, $b=-4$.

1) 16 2) -4 3) 0 4) -16

Упростите выражение $\dfrac{x+2y}{x-2y}-\dfrac{x-2y}{x+2y}$.

1) $-\dfrac{8xy}{x^2-4y^2}$ 2) $\dfrac{2xy}{x^2-4y^2}$ 3) $\dfrac{8xy}{x^2-4y^2}$ 4) $-\dfrac{2xy}{x^2-4y^2}$

Найдите значение выражения $b^2-\left(\dfrac{2a}{b}-\dfrac{a^2}{b^3}\right)\cdot b$, если $a=-1$, $b=-\dfrac{1}{2}$.

1) $\dfrac{9}{4}$ 2) $\dfrac{25}{4}$ 3) $\dfrac{1}{4}$ 4) 1

Найдите значение выражения $\dfrac{4b^2}{2b+5}-5$, если $b=-\dfrac{1}{2}$.

1) 6 2) $-4{,}75$ 3) $4{,}75$ 4) $-5{,}5$

Упростите выражение $\dfrac{x-y}{x+y}-\dfrac{x+y}{x-y}$.

1) $-\dfrac{4xy}{x^2-y^2}$ 2) 2 3) $-\dfrac{4xy}{y^2-x^2}$ 4) $-\dfrac{2xy}{x^2-y^2}$

Найдите значение выражения $\left(a-\dfrac{b}{c}\right)\cdot\left(a+\dfrac{b}{c}\right)+\dfrac{b^2}{c^2}$, если $a=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $b=-\sqrt{3}$, $c=\dfrac{1}{2}$.

1) $-0,5$ 2) $0{,}5$ 3) $12{,}5$ 4) $24{,}5$

Найдите значение выражения $-\dfrac{b^2}{a^2}-a\left(a+2\dfrac{b}{a}\right)$, если $a=0{,}5$, $b=-0{,}5$.

1) -1 2) $-\dfrac{1}{16}$ 3) $-\dfrac{1}{4}$ 4) $\dfrac{1}{4}$

Найдите значение выражения $-\left(-2\cdot\dfrac{a}{b}+\dfrac{a^2}{b^3}\right)\cdot b-b^2$, если $a=-\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{1}{2}$.

1) $\dfrac{9}{4}$ 2) $-\dfrac{1}{4}$ 3) $\dfrac{1}{4}$ 4) $-\dfrac{9}{4}$

Упростите выражение $\dfrac{\frac{x}{2}-y}{\frac{x}{2}+y}+\dfrac{y+\frac{x}{2}}{y-\frac{x}{2}}$.

1) $\dfrac{2xy}{4y^2-x^2}$ 2) $\dfrac{8xy}{4y^2-x^2}$ 3) $-\dfrac{2xy}{4y^2-x^2}$ 4) $-\dfrac{8xy}{4y^2-x^2}$

Самостоятельная работа

Вариант 1

Упростите выражение: $\frac{1}{b-3}-\frac{6b}{b^2-9}\cdot\left(\frac{1}{b-2}-\frac{2}{b^2-2b}\right)$ и найдите его значение при b = 1/2.

Вариант 2

Упростите выражение: $\left(\frac{y-4}{3y-3}+\frac{1}{y-1}\right):\frac{y+1}{3}+\frac{2}{y^2-1}$ и найдите его значение при y = 1/3.

Вариант 3

Упростите выражение: $\frac{2x}{x^2-4}-\frac{2}{x^2-4}:\left(\frac{x+1}{2x-2}-\frac{1}{x-1}\right)$ и найдите его значение при x = 1/2.

Вариант 4

Упростите выражение: $\left(\frac{a+6}{3a+9}-\frac{1}{a+3}\right)\cdot\frac{3}{a-3}-\frac{6}{a^2-9}$ и найдите его значение при a = -1/4.

Для самостоятельного решения

Разложить на множители

1. $f(a)=4a^4+5a^2$
2. $f(a)=2a^4+a^3+4a^2+a+2$
3. $f(a,b,c)=a^2b^2(b-a)+b^2c^2(c-b)+a^2c^2(a-c)$
4. $f(a)=a^3+5a^2+3a-9$

Сократить дробь

5. $\frac{5a^2-a-4}{a^3-1}$
6. $f(a,b)=\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^6-b^6}$

Упростить выражение

7. $$\frac{\frac{x^4-y^4}{x^2y^2}}{\left(1+\frac{y^2}{x^2}\right)\left(1-\frac{2x}{y}+\frac{y^2}{x^2}\right)}=f(x,y)$$
8. $$\frac{(a^2+2a)^2-(2a+4)^2}{(a^2-2a)^2-(2a-4)^2}:\left(2:\frac{a^2+5a+6}{a^2+a-6}\right)=f(a)$$
9. $$\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=f(a,b,c)$$

10. $\sqrt{4\sqrt{2}+2\sqrt{6}}$

11. $f(a)=\left(\frac{(a-1)^{-1}}{a^{-3}}-(1-a)^{-1}\right)\cdot\frac{1+a(a-2)}{a^2-a+1}\cdot\sqrt{\frac{1}{(a+1)^2}}$

Приложение 2. **Методические материалы**

Практическое занятие №1

Тождественные преобразования алгебраических выражений

Основные цели работы: познакомиться с содержанием линии «Тождественные преобразования алгебраических выражений» в школьном курсе математики и основами методики изучения содержания темы «Тождественные преобразования рациональных выражений»»; рассмотреть пример организации самостоятельной учебно-познавательной деятельности на уроках математики.

Вопросы для повторения:

Блок А (*вопросы для контроля и самоконтроля содержательного характера*)

1. Какое понятие более общее по отношению к понятию «тождество»?

2. Вычислите без калькулятора: а) $173 \cdot 227$; б) 59^2; в) $\frac{87^3+73^3}{160}-87\cdot 73$.

3. Зная, что $\frac{a}{b}=2$, найдите значение выражения $\frac{a^2-b^2}{ab}$.

4. Упростите: $\frac{\left(a^4-b^4\right)\left(a^4+a^2b^2+b^4\right)}{a^2+b^2}$.

5. Найдите значения a и b, при которых выполняется равенство:

$-2x^3+15x^2+a=\left(bx-5\right)\left(x^2-10x+25\right)$. В ответ запишите сумму a и b.

6. Найдите значение выражения $\frac{a^2-2ab}{b^2}$, если известно, что $3a-2b=0{,}8\left(5a+b\right)$.

Блок В (*вопросы для контроля и самоконтроля методического характера*)

1. Имеют ли место взаимосвязи линии тождественных преобразований с другими основными содержательными линиями школьного курса математики? Если да, то с какими? Приведите примеры связей.

2. Перечислите возможные цели обучения линии «Тождественные преобразования».

3. Является ли тождеством равенство $\sqrt{x}=\sqrt{-x}$ в соответствии с определением в учебнике:

а) «Алгебра - 8» Ш.А. Алимова и др.; б) «Алгебра – 9» Ш.А. Алимова и др.?

4. Выполняя задание на упрощение выражения, ученик оформил его так: $\underline{2x}-\underline{\underline{3a}}+\underline{4x}-\underline{\underline{5a}}=2x+4x=6x+3a+5a=6x+8a$. Какие ошибки допущены? Дайте версию причин их появления.

5. Выделите элементы теории тождественных преобразований, используемые при устном нахождении значения выражения $\frac{25{,}3^3-13{,}7^3}{11{,}6}+13{,}7\cdot 25{,}3$.

Вопросы для обсуждения на занятии:

1. Этапы введения понятия тождества в курсе алгебры девятилетней школы. Методика введения понятия на каждом этапе (разработка фрагмента урока).

2. Методические особенности изучения темы «Одночлены и многочлены»:

- методика введения понятий;

- методика введения свойств степени с натуральным показателем;

- методика формирования умений и навыков по выполнению действий с одночленами (на примере умножения одночленов).

3. Фрагменты методики обучения теме «Разложение многочленов на множители».

Методика введения способов разложения многочленов на множители, включая применение тождеств сокращенного умножения. При разработке методики исследуйте целесообразность использования базовых знаний учащихся по линии числа; геометрической иллюстрации тождеств сокращенного умножения; разработки алгоритмических предписаний при формировании практических умений на первом этапе обучения.

Дидактические функции и цели проведения самостоятельных работ, требования к их организации, этапы формирования навыка самостоятельной деятельности при обучении новому материалу. Разработайте систему самостоятельных работ обучающего характера по теме.

Система самостоятельных работ по теме обучающего характера.

Система промежуточного и итогового контроля по теме.

4. Варианты разрешения методической ситуации.

Ученики при выполнении преобразований допускают ошибки такого рода: а) $5n+13=18n$;

б) $\frac{x+3}{6}=\frac{x}{2}$; в) $x-(y+z+1)=x-y+z+1$; г) $(a-b)^2=a^2-b^2$.

Причины этих ошибок, приемы их исправления. Пути предупреждения ошибок.

Задания для подготовки к занятиям

1. Проследите линию развития учения о тождественных преобразованиях в курсе математики средней школы на основе анализа учебников алгебры и алгебры и начал анализа (в сравнительном плане рассмотрите учебники разных авторских коллективов).

2. Изучите программу по математике для девятилетней школы: содержание темы «Тождественные преобразования рациональных выражений», требования к умениям и навыкам тождественных преобразований рациональных выражений, планирование изучения темы.

3. Исследуйте вопрос о математических основах тождественных преобразований рациональных и дробно-рациональных выражений по курсу математики 7-8 классов.

Дальнейшие задания выполните на основе учебников алгебры под редакцией С.А. Теляковского.

4. Выполните логико-математический анализ теоретического содержания темы «Тождественные преобразования рациональных выражений» и методический анализ задачного материала.

5. Выделите этапы введения понятия тождества в курсе алгебры девятилетней школы. Разработайте методику введения понятия на каждом этапе (разработка фрагмента урока).

Грамотное умножение и деление рациональных дробей

Прежде всего, чтобы научиться работать с рациональными дробями без ошибок, необходимо выучить формулы сокращённого умножения. И не просто выучить — их необходимо распознавать даже тогда, когда в роли слагаемых выступают синусы, логарифмы и корни.

Однако основным инструментом остаётся разложение числителя и знаменателя рациональной дроби на множители. Этого можно добиться тремя различными способами:

1. Собственно, по формула сокращённого умножения: они позволяют свернуть многочлен в один или несколько множителей;
2. С помощью разложения квадратного трёхчлена на множители через дискриминант. Этот же способ позволяет убедиться, что какой-либо трёхчлен на множители вообще не раскладывается;
3. Метод группировки — самый сложный инструмент, но это единственный способ, который работает, если не сработали два предыдущих.

Формулы для решения задач

Прежде всего, потребуется два факта — два комплекта формул. Прежде всего, необходимо знать формулы сокращенного умножения:

- $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ — разность квадратов;
- $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$ — квадрат суммы или разности;
- $a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$ — сумма кубов;
- $a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$ — разность кубов.

Вторая, совершенно очевидная формула — это разложение квадратного трехчлена на множители:

$$ax^2+bx+c=0\rightarrow a(x-x_1)(x-x_2)=0$$

x_1; x_2 — корни.

Задача № 1

$$\frac{27a^3-64b^3}{b^3-4}:\frac{9a^2+12ab+16b^2}{b^2+4b+4}$$

Преобразуем каждое выражение в точный куб:

$$27a^3 = 3^3 \cdot a^3 = (3a)^3$$
$$64b^3 = 4^3 \cdot b^3 = (4b)^3$$

Перепишем числитель:

$$(3a)^3 - (4b)^3 = (3a - 4b)\left((3a)^2 + 3a \cdot 4b + (4b)^2\right)$$

Давайте посмотрим на знаменатель. Разложим его по формуле разности квадратов:

$$b^2 - 4 = b^2 - 2^2 = (b-2)(b+2)$$

Теперь посмотрим на вторую часть выражения:

Числитель:

$$9a^2 + 12ab + 16b^2 = (3a)^2 + 3a \cdot 4b + (4b)^2$$

Осталось разобраться со знаменателем:

$$b^2 + 2 \cdot 2b + 2^2 = (b+2)^2$$

Давайте перепишем всю конструкцию с учетом вышеперечисленных фактов:

$$\frac{(3a-4b)\left((3a)^2 + 3a \cdot 4b + (4b)^2\right)}{(b-2)(b+2)} \cdot \frac{(b+2)^2}{(3a)^2 + 3a \cdot 4b + (4b)^2} =$$
$$= \frac{(3a-4b)(b+2)}{(b-2)}$$

Нюансы умножения рациональных дробей

- Далеко не каждый многочлен раскладывается на множители.
- Даже если он и раскладывается, необходимо внимательно смотреть, по какой именно формуле сокращенного умножения.

Для этого, во-первых, нужно оценить, сколько всего слагаемых (если их два, то все, что мы можем сделать, то это разложить их либо по сумме разности квадратов, либо по сумме или разности кубов; а если их три, то это, однозначно, либо квадрат суммы, либо квадрат разности). Очень часто бывает так, что или числитель, или знаменатель вообще не требует разложения на множители, он может быть линейным, либо дискриминант его будет отрицательным.

Задача № 2

$$\frac{3-6x}{2x^2+4x+8} \cdot \frac{2x+1}{x^2+4-4x} \cdot \frac{8-x^3}{4x^2-1}$$

В целом, схема решения этой задачи ничем не отличается от предыдущей — просто действий будет больше, и они станут разнообразнее.
Начнем с первой дроби: посмотрим на ее числитель и сделаем возможные преобразования:

$$3-6x=3\left(1-2x\right)$$

Теперь посмотрим на знаменатель:
Со второй дробью: в числителе вообще ничего нельзя сделать, потому что это линейное выражение, и вынести из него какой-либо множитель нельзя. Посмотрим на знаменатель:

$$x^2-4x+4=x^2-2\cdot 2x+2^2=\left(x-2\right)^2$$

Идем к третьей дроби. Числитель:

$$8-x^3=2^3-x^3=\left(2-x\right)\left(2^2+2\cdot x+x^2\right)$$

Разберемся со знаменателем последней дроби:

$$4x^2-1=\left(2x\right)^2-1^2=\left(2x-1\right)\left(2x+1\right)$$

Перепишем выражение с учетом вышеописанных фактов:

$$\frac{3\left(1-2x\right)}{2\left(x^2+2x+4\right)}\cdot\frac{2x+1}{\left(x-2\right)^2}\cdot\frac{\left(2-x\right)\left(2^2+2x+x^2\right)}{\left(2x-1\right)\left(2x+1\right)}=$$

$$=\frac{-3}{2\left(2-x\right)}=-\frac{3}{2\left(2-x\right)}=\frac{3}{2\left(x-2\right)}$$

Нюансы решения
Далеко не все и не всегда упирается в формулы сокращенного умножения — иногда просто достаточно вынести за скобки константу или переменную. Однако бывает и обратная ситуация, когда слагаемых настолько много или они так построены, что формулы сокращенного умножения к ним вообще невозможно. В этом случае к нам на помощь приходит универсальный инструмент, а именно, метод группировки. Именно это мы сейчас и применим в следующей задаче.
Задача № 3

$$\frac{a^2+ab}{5a-a^2+b^2-5b}\cdot\frac{a^2-b^2+25-10a}{a^2-b^2}$$

Разберем первую часть:

$$a^2+ab=a\left(a+b\right)$$

$$5a-a^2+b^2-5b=5\left(a-b\right)-\left(a^2-b^2\right)=$$

$$=5\left(a-b\right)-\left(a-b\right)\left(a+b\right)=\left(a-b\right)\left(5-1\left(a+b\right)\right)=$$

$$=\left(a-b\right)\left(5-a-b\right)$$

Давайте перепишем исходное выражение:

$$\frac{a\left(a+b\right)}{\left(a-b\right)\left(5-a-b\right)}\cdot\frac{a^2-b^2+25-10a}{a^2-b^2}$$

Теперь разберемся со второй скобкой:

$$a^2 - b^2 + 25 - 10a = a^2 - 10a + 25 - b^2 = \left(a^2 - 2 \cdot 5a + 5^2\right) - b^2$$
$$= (a-5)^2 - b^2 = (a-5-b)(a-5+b)$$

Так как два элемента не получилось сгруппировать, то мы сгруппировали три. Осталось разобраться лишь со знаменателем последней дроби:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Теперь перепишем всю нашу конструкцию:

$$\frac{a(a+b)}{(a-b)(5-a-b)} \cdot \frac{(a-5-b)(a-5+b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{a(b-a+5)}{(a-b)^2}$$

Рассмотрим пример, где при вычитании и сложении дробей с разными знаменателями их придется приводить к одному общему. Для этого каждый из них нужно будет раскладывать на множители, а потом преобразовывать эти дроби: приводить подобные и многое другое. Как это сделать правильно, быстро, и при этом получить однозначно правильный ответ?

Задача № 4

$$\left(x^2 + \frac{27}{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2 - 3x + 9}\right)$$

Давайте выпишем первую дробь и попытаемся разобраться с ней отдельно:

$$x^2 + \frac{27}{x} = \frac{x^2}{1} + \frac{27}{x} = \frac{x^3}{x} + \frac{27}{x} = \frac{x^3 + 27}{x} = \frac{x^3 + 3^3}{x} =$$
$$= \frac{(x+3)\left(x^2 - 3x + 9\right)}{x}$$

Переходим ко второй. Сразу посчитаем дискриминант знаменателя:

$$D = 9 - 4 \cdot 9 < 0$$

Он на множители не раскладывается, поэтому запишем следующее:

$$\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2 - 3x + 9} = \frac{x^2 - 3x + 9 + x + 3}{(x+3)\left(x^2 - 3x + 9\right)} =$$
$$= \frac{x^2 - 2x + 12}{(x+3)\left(x^2 - 3x + 9\right)}$$

Числитель выпишем отдельно:

$$x^2 - 2x + 12 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 12 < 0$$

Следовательно, этот многочлен на множители не раскладывается.
Максимум, что мы могли сделать и разложить, мы уже сделали.
Итого переписываем нашу исходную конструкцию и получаем:

$$\frac{(x+3)\left(x^2-3x+9\right)}{x}\cdot\frac{x^2-2x+12}{(x+3)\left(x^2-3x+9\right)}=\frac{x^2-2x+12}{x}$$

Все, задача решена.

Задача № 5

$$\left(\frac{x}{x^2+2x+4}+\frac{x^2+8}{x^3-8}-\frac{1}{x-2}\right)\cdot\left(\frac{x^2}{x^2-4}-\frac{2}{2-x}\right)$$

Сначала давайте разберемся с первой скобкой. С самого начала разложим на множители знаменатель второй дроби отдельно:

$$x^3-8=x^3-2^3=(x-2)\left(x^2+2x+4\right)$$

$$\frac{x}{x^2+2x+4}+\frac{x^2+8}{x^3-8}-\frac{1}{x^2}=$$

$$=\frac{x}{x^2+2x+4}+\frac{x^2+8}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}-\frac{1}{x-2}=$$

$$=\frac{x(x-2)+x^2+8-\left(x^2+2x+4\right)}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=$$

$$=\frac{x^2-2x+x^2+8-x^2-2x-4}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=$$

$$=\frac{x^2-4x+4}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{(x-2)^2}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{x-2}{x^2+2x+4}$$

Теперь поработаем со второй дробью:

$$\frac{x^2}{x^2-4}-\frac{2}{2-x}=\frac{x^2}{(x-2)(x+2)}-\frac{2}{2-x}=\frac{x^2+2(x-2)}{(x-2)(x+2)}=$$

$$=\frac{x^2+2x+4}{(x-2)(x+2)}$$

Возвращаемся к нашей исходной конструкции и записываем:

$$\frac{x-2}{x^2+2x+4}\cdot\frac{x^2+2x+4}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x+2}$$

Ключевые моменты

1. Необходимо знать «назубок» формулы сокращенного умножения — и не просто знать, а уметь видеть в тех выражениях, которые будут вам встречаться в реальных задачах. Помочь нам в этом может замечательное правило: если слагаемых два, то это либо разность квадратов, либо разность или сумма кубов; если три — это может быть только квадрат суммы или разности.

2. Если какая-либо конструкция не раскладывается при помощи формул сокращенного умножения, то нам на помощь приходит либо стандартная формула разложения трехчленов на множители, либо метод группировки.
3. Если что-то не получается, внимательно посмотрите на исходное выражение — а требуются ли вообще какие-то преобразования с ним. Возможно, достаточно будет просто вынести множитель за скобку, а это очень часто бывает просто константа.
4. В сложных выражениях, где требуется выполнить несколько действий подряд, не забывайте приводить к общему знаменателю, и лишь после этого, когда все дроби приведены к нему, обязательно приведите подобное в новом числителе, а потом новый числитель еще раз разложите на множители — возможно, что-то сократится.